Übungsblatt Nr. 5: in der Übungsstunde

1) a) Plotten Sie mit `matplotlib` die Parabel $y = x^2$ auf dem Intervall $[0.1, 2.0]$ mit Schrittweite 0.1.
   b) Lesen Sie nach dem Plot der Aufgabe a) in einer Endlosschleife einen Ganzzahl-Exponenten `n` ein und plotten Sie die Kurve $y = x^n$ zusätzlich zu allen vorigen. Das Programm soll bei einer leeren Eingabe enden und den letzten Plot als JPEG speichern.

2) Definieren Sie die Funktion $f(x) = 10\dfrac{\sin(x)}{1+x^2}$ auf dem Intervall $[-4\pi, 4\pi]$.
   a) Plotten Sie die Funktionen $f(x)$ und $f(x)+t$ für $t \in \{0.5 \cdot i \,|\, i = 1, \ldots, 6\}$.
   b) Plotten Sie die Funktionen $f(x)$ und $f(x+t)$ für $t \in \{0.5 \cdot i \,|\, i = 1, \ldots, 6\}$.

Übungsblatt Nr. 5 Hausübung: Die folgenden Aufgaben sind Pflicht und zählen 1 Punkt!

1) a) Plotten Sie analog zum Beispiel 2 der Übung die Funktionen $f(x)$ und $f(x)-t$ für $t \in \{0.5 \cdot i \,|\, i = 1, \ldots, 6\}$. Erzeugen Sie die Listen mittels einer Funktion `linspace(anfang, ende, intervals)`, die das Intervall `[angang, ende]` in `intervals` gleich lange Teile zerlegt und die Intervallendpunkte `[anfang, ... , ende]` als Tupel zurückgibt. (`linspace` ist eine bekannte Matlab-Funktion).
   b) Plotten Sie analog die die Funktionen $f(x)$ und $f(x-t)$.

2) a) Plotten Sie die Funktionen $f(x)$ und $t \cdot f(x)$ für $t \in \{1.5 + i \cdot 0.25 \,|\, i = 0, \ldots, 6\}$.
   b) Plotten Sie die Funktionen $f(x)$ und $f(t \cdot x)$ für $t \in \{1.5 + i \cdot 0.25 \,|\, i = 0, \ldots, 6\}$.
   c) Plotten Sie die Funktionen $f(x)$ und $f(x)/t$ für $t \in \{1.5 + i \cdot 0.25 \,|\, i = 0, \ldots, 6\}$.
   d) Plotten Sie die Funktionen $f(x)$ und $f(x/t)$ für $t \in \{1.5 + i \cdot 0.25 \,|\, i = 0, \ldots, 6\}$.

3) a) Starten Sie mit $v = 0$ und $a = 1$ und plotten Sie die Funktionen $f(x) = \sin(x) + \cos(x)$ in Rot und $a \cdot \sin(x+v)$ in Blau auf dem Intervall $[-2\pi, 2\pi]$ (die blaue Funktion ist natürlich die Sinusfunktion).
   b) In einer Endlosschleife lesen Sie jetzt neue Werte für `v` (Verschiebung) und für die Amplitude `a` (Streckung) ein und plotten obige 2 Funktionen erneut. Das Ziel des Spiels ist es, die beiden Graphen deckungsgleich zu machen. Verlassen Sie die Schleife, wenn keine neue Verschiebung eingegeben wurde.
   c) Benutzen Sie ihre Mathematikkenntnisse, um passende Werte für a, v zu berechnen. Verifizieren Sie diese Werte mit dem Programm.

4) a) Definieren Sie die Signumsfunktion `signum(x)` und plotten Sie diese auf dem Intervall $[-\pi, \pi]$.

b) Lesen Sie nun in einer Endlosschleife eine ganze Zahl `N` ein. Brechen Sie das Programm ab, wenn nichts eingegeben wurde, N ungerade oder nicht im Intervall $[3, 49]$ ist. Plotten Sie die Signumsfunktion und die Funktion

$$\sum_{k=1,\ k \text{ ungerade}}^{N} \frac{4}{\pi k} \sin(kx) \qquad \text{Fourier-Reihe.}$$

c) Verwenden Sie beim Plotten so viele Teilungspunkte (wenigstens 1000), dass Sie das Überschwingen der Fourierreihe z.B. bei $x = 0$ sehen können. (Gibb'sches Phänomen).

Extra-Aufgabe(n): Diese Aufgaben sind freiwillig und zählen 2 Punkte!

5) Das Newtonverfahren zum Auffinden einer Lösung eine Gleichung $f(x) = 0$:
Man wählt einen geeigneten Startwert x_0 (in der Praxis ist das der schwierigste Schritt) und berechnet sukzessive

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)},\ x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}, \ldots, x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Graphische Interpretation: Man nimmt die Tangente in x_0 an $f(x)$ und berechnet deren Nullstelle x_1 usw. Berechnen Sie mit dem Newton-Verfahren eine Näherung für $\sqrt{2}$ und Startwert 10:

6) a) Berechnen Sie analog zur Aufgabe 5 die 3. Wurzel aus 2.

b) Plotten Sie die kubische Funktion und die ersten 3 Tangenten, die bei der Iteration verwendet wurden.