

(a) (Bedingte Wahrscheinlichkeiten)

Von zwei Maschinen M_1 , M_2 gleichen Typs werden von der ersten 40% und von der zweiten 60% der Gesamtproduktion hergestellt ($P(M_1) = 0.4$, $P(M_2) = 0.6$). Erfahrungsgemäß entstehen bei der ersten Maschine 7% und bei der zweiten 2% Ausschuss, das heißt $P(A|M_1) = 0.07$ und $P(A|M_2) = 0.02$.

- (i) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein zufällig der Gesamtproduktion entnommenes Teil Ausschuss, d.h. was ist $P(A)$?
- (ii) Was ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig gefundenes Ausschussteil von der ersten bzw. von der zweiten Maschine stammt, d.h. was sind $P(M_1|A)$ bzw $P(M_2|A)$?

Hinweis: Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit und Satz von Bayes.

(b) (Bayes-Schätzer)

Die Zufallsgröße X besitze eine Alternativverteilung mit $P(X = 1) = \theta$, $P(X = 0) = 1 - \theta$. Nehmen Sie als A-priori-Verteilung für θ eine Gleichverteilung auf dem Intervall $[0, 1]$ an. Ermitteln Sie die A-posteriori-Verteilung und den Bayes-Schätzer $\hat{\theta}$, falls eine Stichprobe vom Umfang $n = 5$ folgende Werte ergab:

- (i) $\boldsymbol{\xi} = (1, 1, 0, 0, 0)$;
 - (ii) $\boldsymbol{\xi} = (1, 1, 1, 1, 1)$.
- (c) In der Situation von Aufgabe (b) liege nur eine Stichprobe vom Umfang $n = 5$ vor, nämlich, $\boldsymbol{\xi} = (1, 1, 0, 0, 0)$. Ermitteln Sie die A-posteriori-Verteilung und den Bayes-Schätzer $\hat{\theta}$ unter folgenden Annahmen an die A-priori-Verteilung:
- (i) Die A-priori-Verteilung ist eine Gleichverteilung im Intervall $[0.2, 0.8]$;
 - (ii) die A-priori-Verteilung ist eine Gleichverteilung im Intervall $[0.4, 0.6]$;

Laden Sie Ihre Files im OLAT in Ihren Abgabenbaustein **Übungsaufgabe 11** hoch.

Letzter Abgabetermin: 29.06.22!