

- (a) Ein Träger unter gleichmäßiger Streckenlast L werde nach der Beziehung

$$Z = W\sigma_{\text{zul}} - M_{\text{max}} \geq 0$$

bemessen (M_{max} ... maximales Moment, W ... Widerstandsmoment, σ_{zul} ... Fließspannung). Für einen Rechtecksträger der Dicke h , Breite b , Länge ℓ unter Eigengewicht (pro Länge) $\gamma_E bh$ und Belastung durch ein Material der Wichte γ_L und Höhe H ist

$$Z = \frac{bh^2}{6}\sigma_{\text{zul}} - (\gamma_E bh + b\gamma_L H)\frac{\ell^2}{8}.$$

Wir nehmen folgende Daten als deterministisch an:

$$b = 1 \text{ [m]}, \quad h = 0.3 \text{ [m]}, \quad \gamma_E = 40 \text{ [kN/m}^3\text{]}, \quad \ell = 10 \text{ [m]}$$

und erhalten $Z = 0.015\sigma_{\text{zul}} - (12 + \gamma_L H)12.5$. Berechnen Sie die Versagenswahrscheinlichkeit $p_f = P(Z < 0)$ unter der Annahme, dass die Größen σ_{zul} und $(\gamma_L H)$ normalverteilt sind mit

$$\begin{aligned}\mu_{\sigma_{\text{zul}}} &= 55000.0 \text{ [kN/m}^2\text{]}, \quad \sigma_{\sigma_{\text{zul}}} = 2886.2 \text{ [kN/m}^2\text{]}, \\ \mu_{(\gamma_L H)} &= 25.0 \text{ [kN/m}^2\text{]}, \quad \sigma_{(\gamma_L H)} = 9.5 \text{ [kN/m}^2\text{]}.\end{aligned}$$

Hinweis: Sie müssen zunächst nach den Regeln für Summen und Vielfache unabhängiger Zufallsgrößen μ_Z und σ_Z^2 berechnen, siehe Beilage.

- (b) Schätzen Sie die Versagenswahrscheinlichkeit mittels Simulation in MATLAB ab.

Laden Sie Ihre Files im OLAT in Ihren Abgabenbaustein **Übungsaufgabe 09** hoch.

Letzter Abgabetermin: 22.06.22!

Übungsblatt 9

X, Y unabhängig normalverteilt $N(\mu_X, \sigma_X^2)$
und $N(\mu_Y, \sigma_Y^2)$.

Wie ist $Z = aX + bY + c$ normalverteilt

$$E(Z) = E(aX + bY + c) = aE(X) + bE(Y) + c$$

$$\text{da} \quad = a\mu_X + b\mu_Y + c$$

$$E(Z) = \iint (ax + by + c) \cdot f_{XY}(x, y) dx dy =$$

$$= a \iint x f_{XY}(x, y) dx dy + b \iint y f_{XY}(x, y) dx dy +$$

$$+ c \cdot \underbrace{\iint f_{XY}(x, y) dx dy}_{=1} = aE(X) + bE(Y) + c$$

$$V(Z) = E((aX + bY + c - E(aX + bY + c))^2) =$$

$$= E((aX + bY + \cancel{c} - aE(X) - bE(Y) - \cancel{c})^2)$$

$$= E(((a(X - E(X)) + b(Y - E(Y)))^2)$$

$$= E(a^2(X - E(X))^2 + 2ab(X - E(X))(Y - E(Y)) + b^2(Y - E(Y))^2)$$

$$= a^2 E((X - E(X))^2) + 2ab E((X - E(X))(Y - E(Y))) + b^2 E((Y - E(Y))^2) =$$

$$= a^2 V(X) + 2ab \text{COV}(X, Y) + b^2 V(Y)$$

= 0 da X, Y unabh.

$$= a^2 \sigma_X^2 + b^2 \sigma_Y^2$$

daher ist $Z \sim N(a\mu_X + b\mu_Y + c, a^2\sigma_X^2 + b^2\sigma_Y^2)$